

## Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Krzysztofa Szczygielskiego

### pt. *Kompletnie dodatnie ewolucje dysypatywnych układów kwantowych zaburzanych periodycznie.*

Praca doktorska mgr. Krzysztofa Szczygielskiego dotyczy fundamentalnego problemu opisu układów kwantowych pozostających pod wpływem oddziaływania z otoczeniem. Oczywiście, każdy układ kwantowy, który chcemy wykorzystać w praktyce, podlega takiemu oddziaływaniu. Z jednej bowiem strony, takie wykorzystanie wymaga zazwyczaj wykonania końcowego pomiaru stanu układu, co w sposób nieunikniony prowadzi do sprzężenia z otoczeniem, z drugiej zaś, poprzez odpowiednią adaptację oddziaływania z otoczeniem oraz dobór samego rezerwuaru, możemy sterować zachowaniem samego układu.

Matematyczne sformułowanie teorii kwantowych układów otwartych w wypadku, gdy hamiltonian układu nie zależy od czasu, wykorzystuje pojęcie tzw. kwantowej półgrupy dynamicznej tzn. jednoparametrowej (parametryzowanej czasem) półgrupy odwzorowań przestrzeni operatorów liniowych na przestrzeni Hilberta rozważanego układu kwantowego (dla przypadku nieskończonego wymiaru, operatorów klasy śladowej), zachowujących ślad i kompletnie dodatnich, dla których operacja śladowania z dowolnym operatorem ograniczonym (tzn. obliczania wartości średniej obserwabli w danej chwili czasu) jest ciągłą funkcją czasu. Podstawowym wynikiem tej teorii jest podana w połowie lat siedemdziesiątych ubiegłego stulecia przez Goriniego, Kossakowskiego, Sudarshana i Lindblada ogólna postać generatora takiej półgrupy (tzw. lindbladianu) w wypadku, gdy jest on operatorem ograniczonym. Jest on wówczas zadany poprzez przeliczalną rodzinę operatorów ograniczonych, które zależą od konkretnego układu i jego oddziaływania z otoczeniem i powinny być wyznaczone poprzez analizę tychże. W cyklu prac z tego samego okresu Davies pokazał jak skonstruować takie operatory w granicy słabego sprzężenia z otoczeniem, gdy sprzężenie ma ogólną postać sumy iloczynów tensorowych operatorów działających w przestrzeni układu i otoczenia. W efekcie dla danego układu kwantowego otrzymujemy konkretną postać równania ewolucji jego macierzy gęstości.

Sytuacja komplikuje się w wypadku, gdy hamiltonian układu jest zależny od czasu. Co prawda również wtedy można powtórzyć część rozumowań które prowadziły do równania Lindblada-Goriniego-Kossakowskiego-Sudarshana, jednak otrzymane wyrażenie na operator ewolucji macierzy gęstości, czy też generator tejże ewolucji (lindbladian) ma charakter formalny, nie dający nadziei na znalezienie ścisłego rozwiązania.

Rozprawa doktorska pana mgr. Krzysztofa Szczygielskiego poświęcona jest temu zagadnieniu dla przypadku periodycznej zależności od czasu. Jej główną częścią jest jednoautorska, obszerna praca *On the application of Floquet theorem in development of time-dependent Lindbladians* opublikowana w roku 2014 w *Journal of Mathematical Physics*. W pracy tej pan mgr Szczygielski przedstawił kompletną i matematycznie ścisłą teorię opisu zachowującej ślad kompletnie dodatniej dynamiki otwartych układów kwantowych z hamiltonianami zależnymi periodycznie od czasu. Choć zagadnienie konstrukcji i analizy



lindbladianów dla hamiltonianów periodycznych w czasie było już wcześniej rozważane w badaniach promotora rozprawy prof. Roberta Alickiego i współautorów, praca mgr. Szczygielskiego przynosi pierwsze systematyczne i wyczerpujące sformułowanie teorii w ogólnym przypadku. Publikację rozpoczyna przegląd najważniejszych wyników dotyczących teorii liniowych równań różniczkowych w przestrzeniach Banacha, teorii Floqueta równań różniczkowych z periodycznymi współczynnikami oraz kwantowych półgrup dynamicznych. Wykorzystanie przytoczonych faktów pozwala autorowi na skonstruowaniu za pomocą podejścia Daviesa (tzn. w granicy słabego sprzężenia) zależnego od czasu lindbladianu, co jest głównym celem rozprawy. W dalszej części pracy autor analizuje własności tak otrzymanego propagatora dysypatywnej ewolucji operatora gęstości układu i jego formy dualnej (odpowiadającej za heisenbergowską ewolucję obserwabli). Część teoretyczna zakończona jest twierdzeniem dotyczącym występowania w ewolucji cykli granicznych.

Pozostały fragment głównej części podstawowej pracy poświęcony jest zastosowaniom skonstruowanej teorii. Pan Szczygielski konstruuje to lindbladian dla dwóch wariantów układu dwupoziomowego z monochromatycznym zaburzeniem (co opisywać może np. atom dwupoziomowy oddziałujący z monochromatyczną klasyczną falą elektromagnetyczną, czy też spin w monochromatycznie periodycznym polu magnetycznym) oraz oscylator harmoniczny w klasycznym polu monochromatycznym (który również może być traktowany jako prosty model oddziaływania cząstki kwantowej z klasycznym polem elektromagnetycznym), a więc proste, choć z drugiej strony fundamentalne układy kwantowe.

Model układu dwupoziomowego oddziałującego z silnym (klasycznym) polem elektromagnetycznym w postaci fali monochromatycznej jest w sposób dokładniejszy i uwzględniający dodatkowe aspekty (np. sprzężenie z dodatkowym rezerwuarem, tzw. rezerwuarem defazującym, różne założenia dotyczące stanu rezerwuaru). Przede wszystkim jednak omówione zostały tu konkretne zastosowania fizyczne rozpatrywanych modeli: ogrzewanie i chłodzenie za pomocą światła laserowego atomów, oddziaływanie kropek kwantowych z fononami akustycznymi, kwantowe molekularne pompy cieplne. Umożliwia to ocenę wagi skonstruowanej teorii z punktu widzenia zastosowań w praktycznych.

Ostatnia z prac składających się na rozprawę poświęcona jest specyficznemu zagadnieniu kontroli dekoherencji w układzie kwantowym za pomocą sterowania w postaci cyklicznego impulsowego wzbudzenia. Problem ten ma istotne znaczenie z punktu widzenia informatyki kwantowej, gdzie zbyt krótkie czasy dekoherencji nie pozwalają na osiągnięcie pożądaných efektów przyspieszenia obliczeń z uwagi na zanik „kwantowości” w układzie. W omawianej pracy ogólną teorię periodycznie zaburzanych układów otwartych zastosowano do konkretnego modelu magnetycznego rezonansu jądrowego. Jest to jeden z obiecujących modeli dla konstrukcji procesorów kwantowych. W pracy pokazano, że wykorzystanie skonstruowanego formalizmu pozwala na ścisłą analizę czasów dekoherencji w podstawowych modelach ze sprzężeniami typu spin-spin i spin-sieć (różniących się postacią sprzężenia z rezerwuarem), a w szczególności na zleżenie zależności czasów dekoherencji od częstości wzbudzenia, a w konsekwencji znalezienie warunków dla wydłużenia tych czasów. Ma to oczywiście kluczowe znaczenie dla projektowania urządzeń informatyki kwantowej bazujących na zjawisku magnetycznego rezonansu jądrowego.



Podsumowując stwierdzam, że rozprawa pana mgr. Krzysztofa Szczygielskiego, w postaci trzech opublikowanych prac składających się na nią, wnosi istotny wkład do teorii kwantowych układów otwartych, rozszerzając dotychczasowe podejścia na ważną rodzinę układów periodycznie wzbudzanych w czasie. Oprócz piękna samej teorii, ma ona szereg praktycznych zastosowań, gdyż właśnie takie układy są często spotykane w praktyce, w wypadku gdy dany układ kwantowy oddziałuje z klasycznym (silnym) polem elektromagnetycznym.

Zasadnicza część rozprawy, tzn. trzy oryginalne publikacje, z których najważniejsza, przedstawiająca w sposób wyczerpujący całość nowego podejścia i zachowująca duży rygor matematyczny jest, jak już wspomniałem, pracą jednoautorską, poprzedzona jest dwudziestostronicowym wstępem przedstawiającym w sposób syntetyczny metody i wyniki (wraz z zastosowaniami) prac. Spełnia on znakomicie swoje zadanie, zawiera ponadto obszerną bibliografię problematyki kwantowych układów otwartych. Rzecz, której mi zabrakło w tymże wstępie to nieco bardziej rozwinięte odniesienie się do wspomnianych powyżej prac prof. Roberta Alickiego, które były niewątpliwie inspiracją do skonstruowania ogólnej teorii i jej uporządkowanej prezentacji w pracy [A].

Stwierdzam, że przedstawiona mi do oceny rozprawa doktorska pana mgr. Krzysztofa Szczygielskiego pt. *Kompletnie dodatnie ewolucje dysypatywnych układów kwantowych zaburzanych periodycznie* spełnia w sposób ponadprzeciętny wymagania zarówno ustawowe jak i zwyczajowe stawiane tego typu pracom. Autor wykazał się dużą znajomością tematyki oraz umiejętnościami rygorystycznego rozumowania matematycznego, a także eleganckiej prezentacji tego typu rozumowań. Fakt, że całą skonstruowaną teorię przedstawił w obszernej jednoautorskiej pracy opublikowanej w kluczowym czasopiśmie poświęconym fizyce matematycznej świadczy o wyróżniającym charakterze jego dokonań i samej rozprawy.

Stawiam wniosek o dopuszczenie pana mgr. Krzysztofa Szczygielskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego i wyróżnienie jego rozprawy.

Warszawa, 19.08.2016

  
prof. dr hab. Marek Kuś