

**Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym doktora
Piotra Bartłomiejczyka**

Doktor Piotr Bartłomiejczyk uzyskał stopień magistra na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Gdańskiego w 1991 roku. W roku 2000 uzyskał stopień doktora w Instytucie Matematycznym PAN pisząc rozprawę "Zagadnienia teorii macierzy połączeń" pod kierunkiem profesora Kazimierza Gęby. Na podstawie zestawień dostępnych w Mathematical Review widać wyraźnie, że po obronie doktoratu w rozwoju naukowym Piotra Bartłomiejczyka nastąpiło wyraźne spowolnienie, które trwało aż pięć lat. Musiało to skutkować zakończeniem zatrudnienia na stanowisku adiunkta (rotacja) i istotne opóźnienie pracy nad habilitacją. Po niewielkim, ale z tendencją wzrostową, ożywieniu w latach 2005-2009 widać istotny wzrost aktywności naukowej w latach późniejszych. Od 2010 roku jego aktywność naukową można uznać za istotną, zgodnie z wymaganiami ustawy o stopniach i tytule naukowym.

Rozprawa habilitacyjna dra Bartłomiejczyka to zestaw 7 prac pod wspólnym tytułem "Homotopijne własności przestrzeni odwzorowań lokalnych". Wszystkie zostały opublikowane w czasopismach z listy filadelfijskiej, aczkolwiek żadne z tych czasopism nie jest tam umieszczone na "górnej" półce. Wszystkie prace poza jedną są współ-autorskie. Z załączonych oświadczeń współautorów wynika, że ogólny udział Piotra Bartłomiejczyka w powstaniu tych prac nie był niższy niż 50 %, a raczej wyższy. Baza Web of Science odnotowuje 15 prac Piotra Bartłomiejczyka, cytowanych 31 razy natomiast baza Mathematical Review wspomina o 17 pracach cytowanych 41 razy. Nie są to wyniki imponujące ale raczej dosyć dobrze lokują się w okolicach średniej na tym etapie rozwoju kariery naukowej.

W pracach habilitacyjnych dr Piotr Bartłomiejczyk koncentruje się na badaniu przestrzeni odwzorowań lokalnych i jej różnych podprzestrzeni. Przypomnijmy definicje i oznaczenia. W najprostszej wersji odwzorowaniem lokalnym nazywamy dowolne ciągłe $f : D \rightarrow R^n$, gdzie D jest otwartym podzbiorem R^n i $f^{-1}(0)$ jest zwarty. Odwzorowanie nazywane jest gradientowym jeśli $f = \nabla\varphi$. Jeśli przeciwobrazy zbiorów zwartych są zwarte to odwzorowanie nazywamy właściwym. Z definicji widać, że odwzorowanie lokalne właściwe jednoznacznie wyznacza odwzorowanie $S^n \rightarrow S^n$, gdzie sfera S^n jest jednopunktowym uzwarceniem R^n . Z drugiej strony każde odwzorowanie lokalne zadaje pole wektorowe na D nie znikające na brzegu, które jest gradientowe dla odwzorowań gradientowych. Zbiór odwzorowań lokalnych można podzielić na klasy abstrakcji gdzie utożsamiane są odwzorowania, które można połączyć otopią, tj. odwzorowaniem lokalnym z $R^n \times I \rightarrow R^n$. Na otopię patrzymy jak na homotopię o zmieniającej się dziedzinie i ta intuicja jest poprawna

bo właściwa otopia zadaje homotopię odpowiednich odwzorowań sfer a gradientowa otopia zadaje gradientową homotopię pól wektorowych, używaną w różnych teoriach indeksu. W autoreferacie i większości prac przyjęło się używać następującej notacji dla przestrzeni odwzorowań lokalnych opisanych powyżej (w nawiasie dla odpowiednich klas otopii):

$\mathcal{F}(n)$ - zbiór odwzorowań lokalnych ($\mathcal{F}[n]$)

$\mathcal{F}_\nabla(n)$ - zbiór odwzorowań lokalnych gradientowych ($\mathcal{F}_\nabla[n]$)

$\mathcal{P}(n)$ - zbiór odwzorowań lokalnych właściwych ($\mathcal{P}[n]$)

$\mathcal{P}_\nabla(n)$ - zbiór odwzorowań lokalnych właściwych i gradientowych ($\mathcal{P}_\nabla[n]$)

Z tego opisu widać wyraźnie, że definicje odpowiednich zbiorów dopuszczają natychmiastowe uogólnienia na przypadek dowolnej rozmaitości zamiast R^n jako przeciwdziedziny odwzorowań, powiększenia wymiaru dziedziny czy też dopuszczenie działania grupy i rozważanie odwzorowań ekwiwariantnych. Zrównanie otopii właściwych z homotopiami odwzorowań sfer łączy badania habilitanta w obszar klasycznej teorii homotopii. Badanie otopii dla pól gradientowych, czy też w ogóle otopii pól wektorowych, pasuje badania w teorii indeksu pól wektorowych na rozmaitościach. Oba obszary badań są ważne, chociaż obecnie zainteresowanie nimi wyraźnie osłabło.

W pracach [H2] i [H3] zasadniczo pokazano, że kanoniczne włożenia zbiorów $\mathcal{P}_\nabla[n] \rightarrow \mathcal{P}[n] \rightarrow \mathcal{F}[n]$ oraz $\mathcal{F}_\nabla[n] \rightarrow \mathcal{F}[n]$ są bijekcjami. Z interpretacji homotopijnej $\mathcal{P}[n] = \pi_n(S^n)$ wynika, że te zbiory są równoliczne z \mathbf{Z} . W pracy [H7] pokazano jak ten wynik uogólnić na lokalne pola wektorowe na dowolnej rozmaitości riemannowskiej M i uzyskać bijekcję pomiędzy $\mathcal{F}^\nabla[M]$ i \mathbf{Z} dla M spójnej i bez brzegu. Ponadto uogólniono ten wynik na przypadek odwzorowań ekwiwariantnych. Dziedziną odwzorowania lokalnego jest wtedy otwarty niezmienniczy podzbiór Ω w przestrzeni reprezentacji liniowej zwartej grupy Lie G a przeciwdziedziną dowolna G -przestrzeń. Szczególnie badany był przypadek gdy G działa na Ω w sposób wolny. W takim przypadku $\Omega/G = M$ jest rozmaitością riemannowską. Dla ekwiwariantnych pól gradientowych pokazano, że naturalne (indukowane przez iloraz) odwzorowanie $\mathcal{F}_G^\nabla(\Omega) \rightarrow \mathcal{F}^\nabla(M)$ jest bijekcją i indukuje bijekcję $\mathcal{F}_G^\nabla[\Omega]$ i $\mathcal{F}^\nabla[M]$. To oznacza, że $\mathcal{F}_G^\nabla[\Omega]$ jest w naturalnej bijekcji z sumą prostą \mathbf{Z} indeksowaną składowymi spójności rozmaitości M .

Dla mnie najbardziej atrakcyjnym osiągnięciem habilitanta jest ostateczne dobre określenie i zrozumienie topologii w przestrzeniach odwzorowań częściowych z X w Y (czyli odwzorowań określonych na podzbiórach otwartych X o wartościach w Y) i jej podprzestrzeni $Loc(X, Y, \mathcal{R})$ odwzorowań lokalnych, "zlokalizowanych" ze względu na rodzinę \mathcal{R} podzbiórów Y . Lokalizacja polega na tym, że rozpatrujemy tylko takie odwzorowania częściowe dla których przeciwobrazy zbiorów z \mathcal{R} są zwartymi podzbiórmi dziedziny. Np. jeśli \mathcal{R} jest rodziną zbiorów zwartych w Y to odwzorowania lokalne dają nam przestrzeń odwzorowań lokalnych właściwych $\mathcal{P}(X, Y)$. Topologia w tych przestrzeniach jest stymulowana topologią zwarto-otwartą. W pracy [H4] udowodnione jest prawo wykładnicze dla tej topologii:

$$Loc(Z \times X, Y, \mathcal{R}) = Map(Z, Loc(X, Y, \mathcal{R}))$$

dla Z zwartej i X lokalnie zwartej. Dla odwzorowań właściwych pokazano, że przy tych samych założeniach o Z i X dostajemy

$$\mathcal{P}(Z \times X, Y) = \text{Map}(Z, \mathcal{P}(X, Y))$$

Mając dobrze zdefiniowaną topologię na interesujących przestrzeniach habilitant mógł pokusić się o porównanie całych przestrzeni a nie tylko klas otopii. Uogólniając nasze wcześniejsze oznaczenia określimy $\mathcal{F}(n, k) = \text{Loc}(R^{n+k}, R^n, 0)$ i $\mathcal{P}(n, k) = \mathcal{P}(R^{n+k}, R^n)$. W pracy [H4] udowodniono, że naturalne zanurzenie $\mathcal{P}(n, k) \rightarrow \mathcal{F}(n, k)$ jest słabą homotopijną równoważnością i indukuje bijekcję na zbiorze składowych. Ponieważ $\mathcal{P}(n, k)$ jest naturalnie homeomorficzna z klasyczną przestrzenią $\Omega^{n+k}(S^n)$ (pętli na sferze) to uzyskany wynik można traktować jako pewien nowy sposób opisu przestrzeni pełniącej fundamentalną rolę w klasycznej teorii homotopii. W [H5] pokazano, że opisana powyżej słaba homotopijna równoważność nie jest homotopijną równoważnością dla $n > 1$. Przypadek $n = 1$ jest nadal nierozstrzygnięty.

W pracy [H1] skonstruowane są stopnie odwzorowań lokalnych w sytuacji gdy chcemy dodatkowo uwzględnić symetrię naszej przestrzeni zadaną przez działanie zwartej grupy Lie G . Kontekst lokalnych ekwiwariantnych odwzorowań omówiłem przy okazji omawiania pracy [H7]. W [H1] rozważamy odwzorowania lokalne $U \rightarrow V$ gdzie U jest otwartym niezmienniczym podzbiorem w V , a V jest przestrzenią rzeczywistej reprezentacji liniowej grupy G . W takim przypadku wartości stopnia są liczone w różnych uogólnieniach pierścienia Burnside'a. W pracy pokazane jest, że w ekwiwariantnej sytuacji można zdefiniować stopień o dobrych własnościach zarówno dla zwykłych jak i dla gradientowych odwzorowań lokalnych i ich otopii. Praca [H6] rozszerza i pogłębia wyniki [H1]. Habilitant dowodzi, że jeśli Ω jest otwartym niezmienniczym podzbiorem $R^k \oplus V$, gdzie V jest jak poprzednio a na R^k grupa G działa w sposób trywialny to zanurzenie $\mathcal{P}_G(\Omega) \rightarrow \mathcal{F}_G(\Omega)$ jest słabą homotopijną równoważnością. W przypadku gdy działanie G na Ω jest wolne pokazano, że $\mathcal{F}_G[\Omega]$ jest zbiorem jednopunktowym. Po odrzuceniu założenia o wolności działania uzyskano formułę na rozszczepienie zbioru ekwiwariantnych klas otopii na produkt indeksowany klasami sprzężoności podgrup izotropii działania.

Niewątpliwą zasługą tego cyklu prac jest wypromowanie pojęcia otopii i uzasadnienie jego użyteczności. Niektóre twierdzenia, o których wspomniałem uprzednio, nie są nowymi wynikami (np. formuła rozszczepiania powyżej), były znane wcześniej choć być może w słabszej formie. To co jest z pewnością nowe w tym cyklu to ujednoczenie czasami dosyć odległych kontekstów i dowodów przy pomocy użycia wspólnego podejścia poprzez analizę odwzorowań lokalnych i ich otopii. Habilitant w istotny sposób poszerzył naszą wiedzę o przestrzeni odwzorowań lokalnych, ważną dla teorii homotopii i badań nad polami wektorowymi na rozmaitościach. Dlatego też uważam, że ten zbiór prac słabo, ale spełnia ustawowe wymagania osiągnięcia naukowego dla nadanie stopnia doktora habilitowanego. Ale nie jest to oczywista decyzja, bo cykl prac cierpi na dwa duże mankamenty. Tematyka tych prac nie jest obecnie popularna w matematyce światowej, co powoduje znikomą liczbę cytujących je autorów (ośmiu wliczając współautorów). Wyniki dra Bartłomiejczyka nie wywierają żadnego wpływu na matematykę poza ośrodkiem gdańskim. Jednym z

powodów tego stanu rzeczy jest być może drugi mankament. Pojęcie otopii wprowadzili Becker z Gottliebem w pracy [26] według spisu literatury do autoreferatu. Dla nich było to istotne narzędzie przy konstruowaniu transferów dla lokalnych pól wektorowych na rozmaitościach. Transfery te były określane poprzez elementy z klas homotopii stabilnych odwzorowań. Praca [26] jest dosyć standardową pozycją bibliograficzną w pracach Piotra Bartłomiejczyka ale relacja wyników habilitanta do transferu nie jest nigdzie poruszana. Mogłoby to być dobre pole do szerszej promocji wyników Piotra Bartłomiejczyka, lepszego wprowadzenia tematyki do matematyki światowej i głębszego uzasadnienia potrzeby badania odwzorowań lokalnych i ich otopii. Dodatkowo wyniki habilitanta są w pewnym sensie zniechęcające. Wykazanie bijektywności pomiędzy klasami otopii w różnych podprzestrzeniach przestrzeni odwzorowań lokalnych sugeruje, że klasyczne wyniki z teorii homotopii i topologicznego indeksu nie mogą zostać wzmocnione poprzez rozważanie innej struktury (np. gradientowej).

Pozostały dorobek naukowy dra Piotra Bartłomiejczyka można zamknąć w dwóch nurtach badawczych. Jeden dotyczy tematyki zbliżonej do tematyki prac [H1]-[H7], a więc są to na ogół prace przygotowawcze do wyników prac habilitacyjnych. Drugi nurt wyrósł z tematyki rozprawy doktorskiej habilitanta i skoncentrowany jest wokół indeksu Conleya, stosowanego przy bardziej algebraicznym podejściu do układów dynamicznych. Jako częstego użytkownika teorii ciągów spektralnych bardzo zaciekało mnie podejście do indeksu Conleya przy ich użyciu. Po przeczytaniu prac [10] i [12] (ze spisu literatury do autoreferatu) odczuwam spory niedosyt, bo prace nie prowadzą do istotnych zastosowań. Ale ta tematyka jest niezłe umiejscowiona w nurcie badań światowych, praca [12] jest z 2015 roku więc mam nadzieję, że ten kierunek badań będzie kontynuowany przez habilitanta w przyszłości. Prace "pozahabilitacyjne" są na ogół opublikowane w czasopiśmie klasy podobnej lub niższej niż prace [H1]-[H7].

Dr Piotr Bartłomiejczyk wygłaszał referaty na 15 konferencjach naukowych. Zdecydowana ich większość miała charakter międzynarodowy ale wszystkie, poza jedną, były organizowane w Polsce. Z załączonych materiałów nie wynika czy referaty habilitanta miały charakter referatu zaproszonego. Nie znalazłem też żadnej informacji o udziale habilitanta w organizowaniu konferencji naukowych. Recenzował dwie prace dla czasopism naukowych, pisuje recenzje dla *Mathematical Review*. Nigdy nie odbył stażu w ośrodku zagranicznym a nawet krajowym poza Gdańskiem. Badania prowadził tylko w ramach badań własnych Uniwersytetu Gdańskiego. Wszystko to świadczy o bardzo ograniczonym, wręcz nie zauważalnym udziale Piotra Bartłomiejczyka w działalności międzynarodowego a nawet krajowego środowiska matematycznego. Dlatego też uważam, że dr Bartłomiejczyk nie spełnia wymagań ustawowych w zakresie współpracy międzynarodowej i popularyzacji. Tej oceny nie jest w stanie zrównoważyć niezła postawa dra Bartłomiejczyka ze zakresu dydaktyki. Wypromował 15 magistrów, a sądząc po tytułach prac były to prace ciekawe. Tym niemniej, ze względu na długi staż zatrudnienia, nie jest to wynik ilościowo imponujący. Był promotorem pomocniczym w jednym przewodzie doktorskim. Doktorantem był w nim dr. Piotr Nowak-Przygodzki, współautor pięciu prac wchodzących w skład osiągnięcia naukowego habilitanta.

Konkluzja: Dr Piotr Bartłomiejczyk ma osiągnięcie naukowe, które można uznać za ustawowo wymaganą podstawę dla nadania stopnia doktora habilitowanego. Według mnie nie spełnia jednak pozostałych kryteriów wymaganych dla nadania tego stopnia. Tematyka jego badań z cyklu prac habilitacyjnych jest niszowa, nie uczestniczy w działalności międzynarodowego, a nawet krajowego środowiska matematycznego w stopniu, który mógłby zagwarantować samodzielność i sensowną opiekę nad doktorantami czy też merytoryczne recenzowanie prac doktorskich lub habilitacyjnych z uwzględnieniem ich relacji do matematyki światowej. Nie mogę więc poprzeć wniosku o nadanie mu stopnia doktora habilitowanego.



Stanisław Betley
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki
Uniwersytet Warszawski