

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Michała Studzińskiego
pt. *Application of theory of groups and algebras representations to some quantum information problems*

Rozprawa doktorska pana mgr. Michała Studzińskiego, składająca się z pięciu prac oryginalnych jego współautorstwa, poświęcona jest w swojej najważniejszej części matematycznym aspektom klonowania stanów kwantowych.

Problem klonowania nieznanego stanu kwantowego jest, z oczywistych względów, niezwykle istotny w informatyce kwantowej. Gdyby istniała uniwersalna maszyna pozwalająca na wytworzenie na wyjściu dokładnej kopii każdego stanu wejściowego, wiele problemów transmisji i transformacji informacji na poziomie kwantowym, jak choćby zagadnienie ochrony fizycznego stanu danych, udałoby się rozwiązać. Z drugiej zaś strony możliwość idealnego kopiowania byłaby niekorzystna dla kryptografii kwantowej, gdzie odporność protokołów uzależniona jest od braku urządzeń klonujących. Zależnie więc od punktu widzenia, niekorzystna albo korzystna jest niemożliwość idealnego klonowania stanów, którą narzuca mechanika kwantowa (w przeciwieństwie do fizyki klasycznej, gdzie żadne fundamentalne zakazy klonowania nie występują).

W sposób naturalny nasuwa się pytanie, jak silny jest kwantowo-mechaniczny zakaz klonowania, lub innymi słowy, do jakiego stopnia klonowanie jest dozwolone. Możemy więc rozluźnić wymaganie uniwersalności, tzn. ograniczyć klasę stanów, które chcemy klonować, lub zadowolić się tym, że sklonowane stany będą tylko przybliżonymi kopiami oryginałów. W tym drugim wypadku naturalną miarą ilościową podobieństwa dwóch stanów jest tzw. wierność (*fidelity*), a podstawowym wyzwaniem jest pytanie, jaki jest zakres dopuszczalnych wartości wierności klonów narzucany przez ogólne zasady mechaniki kwantowej. Temu zagadnieniu poświęcona jest w swej zasadniczej części rozprawa doktorska mgr. Michała Studzińskiego. W centrum zainteresowania jest uzyskiwanie N przybliżonych kopii z pojedynczego stanu wejściowego.

Prace wchodzące w skład rozprawy doktorskiej mgr. Michała Studzińskiego zostały opublikowane w latach 2012-2014 w *Physical Review A*, *Journal of Mathematical Physics*, *Journal of Physics A* (dwie prace) oraz *Physics Letters A*, a więc w bardzo dobrych czasopismach o zasięgu światowym, publikujących prace kluczowe dla informatyki kwantowej. Kolejność w jakiej prace zostały zaprezentowane w rozprawie odpowiada z grubsza nietrudnej do zauważenia sekwencji, w której do rozwiązania konkretnego problemu, niezbędne było rozwinięcie, czy też wymyślenie nowych technik matematycznych, po czym okazało się, że techniki te można uogólnić tworząc nowy fragment matematyki z zastosowaniami do ogólniejszych celów będących rozwinięciem problemu pierwotnego. Tu jednak wygodniej będzie omówić publikacje zaczynając prezentacji podstaw matematycznych całości rozważań.

Otrzymane wyniki, w szczególności rezultaty pracy [B] zostały wykorzystane w pracy [D], gdzie podana została odpowiedź na postawione na wstępie pytanie o zakres wierności w dla klonowania jednego stanu kubitowego do N jego kopii.

Ostatnia z prac wchodzących w skład rozprawy poświęcona jest innemu ważnemu zagadnieniu teorii informacji kwantowej, a mianowicie problemowi destylowania czystego stanu maksymalnie splątanego z większej liczby splątanych stanów mieszanych. W pracy rozważano destylację ze stanu będącego mieszaniną dwóch stanów splątanych i stanu separowalnego ortogonalnego do dwóch pierwszych. Przeanalizowany został konkretny protokół takiej destylacji, a głównym celem było znalezienie wydajności takiego protokołu, tzn. stosunku liczby otrzymanych destylatów do liczby posiadanych kopii stanów wejściowych w granicy, gdy ta ostatnia dąży do nieskończoności. Okazuje się, że szukany wynik można otrzymać w terminach wartości własnych pewnych operatorów. Te, z kolei, można uzyskać wykorzystując dualizm Schura-Weyla, co jest możliwe ze względu na symetrię permutacyjną owych operatorów. To właśnie, tzn. teoria nieprzywiedlnych reprezentacji grupy permutacji, łączy ostatnia z publikacją z ich resztą.

Wszystkie prace są wysokiej próby, o czym zresztą świadczą miejsca ich publikacji. Łączą się też one w spójny cykl publikacji, w którym konkretne problemy informatyki kwantowej, ważne same przez się dla tego obszaru badań, prowadzą do subtelnych i wyrafinowanych nowych zagadnień matematycznych, w tym wypadku teorii reprezentacji grup i algebr. Należy przy tym dodać, że do rozwiązania owych problemów matematycznych wykorzystane zostały zaawansowane metody teorii reprezentacji. Świadczy to o dużej wiedzy i swobodnym poruszaniu się po tym obszarze matematyki autorów publikacji (w tym i samego doktoranta).

Pod względem redakcyjnym rozprawa pana mgr. Studzińskiego ma wszelkie wady i zalety (szczególnie te pierwsze) doktoratów składających się z cyklu publikacji. Tak więc te same obiekty mają w różnych pracach różne oznaczenia, nieuniknione są powtórzenia, a częste obszerne streszczenia wyników otrzymanych poprzednio, gdyż każda z prac musi spełniać pewne kryteria samowystarczalności, jeśli ma zyskać uznanie osób decydujących o jej publikacji w czasopiśmie. Podobne wady obciążają bibliografię. W tym wypadku autor mógł pokusić się o naprawę niedociągnięć poprzez zestawienie wyczerpującej bibliografii na końcu odautorskiego streszczenia rozprawy. Pan mgr Studziński nie zdecydował się na takie rozwiązanie - bibliografia we wstępie ogranicza się do kilkunastu najważniejszych pozycji.

Na szczęście część wynikających ze struktury rozprawy problemów udało się jej autorowi zneutralizować dzięki dobrze napisanemu streszczeniu. Trudności wyboru porządku, w którym prace są omawiane (chronologicznego, logicznego, czy "historycznego") pan mgr Studziński pokonał wybierając kolejność dobrze oddającą historię całego projektu, tzn. pokazał, o czym już wspominałem powyżej, jak pierwotny problem klonowania w najprostszym przypadku kubitowym, przy chęci uogólnienia, prowadzi do niebanalnych problemów matematycznych, których rozwiązanie pozwala na efektywną analizę owych pożądaných uogólnień. Odautorskie streszczenie pan mgr Studziński wykorzystał też do krótkiego, a zarazem treściwego przedstawienia dalszych kierunków badań, które mogłyby

być kontynuacją wątków rozprawy. Pozwoliło to na umieszczenie wszystkich prac we wspólnej perspektywie, którą niekiedy trudniej dostrzec w poszczególnych publikacjach. Tym bardziej, że o ile jedna z przedstawionych koncepcji dalszych badań jest dość oczywista - chodzi tu o uogólnienie na przypadek uzyskiwania M klonów z N stanów wejściowych, to druga z nich, dotycząca zastosowań do problemów addytywności kanałów kwantowych jest znacznie bardziej zaskakująca. W obu wypadkach wymagane byłoby uogólnienie otrzymanych rezultatów dotyczących reprezentacji częściowo transponowanych operatorów permutacji na większą niż 1 liczbę transpozycji.

Podsumowując stwierdzam, że w swej rozprawie pt. *Application of theory of groups and algebras representations to some quantum information problems* pan mgr Michał Studziński przedstawił rozwiązania szeregu istotnych problemów dotyczących klonowania i destylacji stanów kwantowych i dalece nietrywialnych zagadnień teorii reprezentacji grup. Jego rozprawa spełnia wszelkie wymogi, zarówno formalne, jak i zwyczajowe, stawiane pracom doktorskim, wnoszę więc o dopuszczenie pana mgr. Michała Studzińskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Warszawa, 30.07.2014



prof. dr hab. Marek Kuś