

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Marcina Markiewicza
p.t. Characterization and detection of multipartite entanglement

Wielocząstkowe splątanie pojawiające się w złożonych układach kwantowych stanowi zasadniczą podstawę najważniejszych (dotychczas w większości raczej projektowanych niż zrealizowanych) zastosowań mechaniki kwantowej do przetwarzania i przesyłania informacji. Z tego powodu wyczerpująca charakterystyka splątania oraz opracowanie kryteriów jego wykrywania, w szczególności efektywnych metod doświadczalnych takiej detekcji, są fundamentalnymi problemami informatyki kwantowej. Tych właśnie zagadnień dotyczy rozprawa doktorska pana mgr. Marcina Markiewicza.

Rozprawę stanowi sześć prac opublikowanych w latach 2009-2013 w Physical Review A (4 prace), Physical Review Letters (1 praca) i Lectures Notes in Computer Science (1 praca). Wszystkie te prace mają kilku autorów. Wszyscy współautorzy złożyli odpowiednie oświadczenia, w których określili swój wkład, zarówno pod względem merytorycznym, jak i ilościowym. Nie pozostawiają one żadnych wątpliwości co do znaczącego, samodzielnego wkładu doktoranta w powstanie prac. Kolekcję prac poprzedza ponad dwudziestostronicowe streszczenie omawiające zasadnicze wyniki publikacji. Zgodnie z przepisami zostało ono zamieszczone w dwóch merytorycznie równoważnych wersjach językowych - angielskiej i polskiej.

Cztery pierwsze publikacje, oznaczane w streszczeniu jako [A] - [D] stanowią spójny i logicznie powiązany cykl. Pierwsza z nich poświęcona jest charakteryzacji k -separowalności (separowalności przy podziale całego układu na k podukładów) stanów mieszanych oraz konstrukcji efektywnych kryteriów jego wykrywania. Autorzy pracy konstruują takie kryteria za pomocą tzw. tensora korelacji (tzn. współczynników pewnej szczególnej, choć naturalnej reprezentacji stanu). Są to przede wszystkim warunki dostateczne nieseparowalności, tzn. stwierdzające, że jeśli odpowiednie funkcje tensora korelacji stanu spełniają określone warunki (nierówności), to stan ten nie jest k -separowalny. Najważniejszym wynikiem pracy jest podanie pełnej charakterystyki k -separowalności w postaci warunku jednocześnie koniecznego i dostatecznego na to, aby stan nie był k -separowalny.

Z praktycznego punktu widzenia istotne jest, aby detekcja splątania była możliwa doświadczalnie, czego oczywiście nawet najlepsze kryterium skonstruowane teoretycznie zapewnić nie może, gdyż, np. wymaga ono przeprowadzenia nieskończonej (lub bardzo dużej) liczby pomiarów. Z tego punktu widzenia interesujące jest znalezienie sposobów stwierdzenia splątania wielocząstkowego na podstawie znajomości splątania dwucząstkowego, które mierzyć jest łatwiej. Problem ten podejmuje praca [B], w której autorzy badają splątanie wielocząstkowych stanów czystych za pomocą korelacji dwucząstkowych. Ponownie wykorzystany zostaje formalizm tensora korelacji. Interesującym wynikiem jest podanie relacji monogamii dla wielokubitowych stanów czystych. Stanowi to

uogólnienie monogamii dla układu trzech kubitów narzucającej ograniczenia na splątanie dwóch silnie skorelowanych kubitów z trzecim kubitem. Wykorzystując znaną ilościową charakterystykę monogamii w układach n kubitów, autorzy konstruują kryterium splątania n -cząstkowego wykorzystujące jedynie korelacje dwucząstkowe. Choć kryterium to jest nieoptymalne z punktu widzenia wykrywania splątania (co autorzy wykazują na przykładzie stanów Dickego), jednak rzuca sporo światła na strukturę korelacji wielocząstkowych.

Ciekawym zagadnieniem w teorii korelacji kwantowych jest problem do jakiego stopnia korelacje danego stanu są "nieklasyczne". Oczywiście, zależy to w znacznym stopniu od tego, jak taką "nieklasyczność" charakteryzujemy. Zazwyczaj przyjmuje się, że istotę klasyczności stanu stanowi możliwość skonstruowania klasycznego modelu probabilistycznego poprawnie opisującego ilościowo korelacje, tzn. modelu "lokalnych zmiennych ukrytych". "Prawdziwie klasyczna" interpretacja powinna pozwalać na podanie rozkładu prawdopodobieństwa pozwalającego na obliczenie wszystkich możliwych korelacji w układzie. Można jednak rozważać słabsze kryteria klasyczności, wymagające jedynie aby dla korelacji mierzonych w pewnym konkretnym eksperymencie możliwe było skonstruowanie modelu lokalnych zmiennych ukrytych. Aspektem tego zagadnienia poświęcona jest praca [C] rozprawy. Najważniejszym jej wynikiem jest konstrukcja stanów wielocząstkowych o tej własności, że dopuszczają one modele lokalnych zmiennych ukrytych dla wszystkich korelacji między ustaloną liczbą podukładów niedające się jednak rozszerzyć do jednego modelu zmiennych ukrytych dla prawdopodobieństwa (pozwalającego na klasyczne obliczenie wszelkich korelacji w układzie), co pokazane jest poprzez skonstruowanie odpowiedniej nierówności Bella łamanej przez korelacje kwantowe.

W pracy [D] autorzy również podjęli problematykę efektywności doświadczalnego stwierdzenia k -separowalności. Wypukłość zbioru (stany k -separowalne mają tę własność) dostarcza pewnych efektywnych narzędzi badania przynależności doń punktu (w tym wypadku stanu), wykorzystujących twierdzenie Hahn-Banacha o rozdzielaniu zbiorów wypukłych za pomocą funkcjonałów liniowych. Ponieważ funkcjonały takie wyrażają się poprzez wartości średnie operatorów hermitowskich, przynależność do zbioru stanów k -separowalnych można badać za pomocą tzw. "świadków splątania" - obserwabli, których wartość oczekiwana jest ujemna dla wszystkich stanów k -separowalnych, a dodatnia dla pewnych stanów nie poza tym zbiorem. Jednak dokładne opisanie zbioru stanów k -separowalnych wymaga nieskończonej liczby świadków, a więc nieskończonej liczby pomiarów. Sytuację może poprawić znalezienie nieliniowych warunków na splątanie. W pracy [D] autorzy wykorzystując formalizm tensora korelacji, a w szczególności wspomniany powyżej, znaleziony w pracy [A], konieczny i dostateczny warunek nieposiadania przez stan własności k -separowalności, podają szereg nieliniowych charakterystyk splątania. Najważniejszym wynikiem pracy pokazanie jak charakterystyki te mogą być wykorzystane do detekcji wielocząstkowego splątania za pomocą małej liczby pomiarów.

Dwie ostatnie prace składające się na rozprawę mają dość luźny związek z czterema omówionymi powyżej. Nie oznacza to, że są one gorsze, lub że ich włączenie do rozprawy

jest nieuzasadnione. Obie dotyczą zastosowań wielocząstkowych stanów splątanych, a przedstawione w nich wyniki mogą być uznane za pewne, choć raczej pośrednie, charakterystyki splątania wielocząstkowego. Praca [E] poświęcona jest problematyce estymacji parametrów fizycznych za pomocą pomiarów na stanach splątanych. Wykorzystanie stanów splątanych umożliwi pokonanie granicy nakładanej przez klasyczną teorię pomiarów na dokładność estymacji. Granica ta skaluje się jak $N^{1/2}$ z wielkością układu N . Mechanika kwantowa dopuszcza teoretycznie skalowanie N^1 , które jednak w praktyce jest nieosiągalne z uwagi na oddziaływanie z otoczeniem (szumy). Jeśli znany jest charakter szumu, można, choćby w ograniczonym zakresie, uniknąć tej degradacji. Najważniejszym rezultatem pracy [E] jest pokazanie, jak za pomocą pomiarów w stanach splątanych osiągnąć precyzję lepszą niż dopuszczalna klasycznie (choć nadal gorszą niż obiecywana przez mechanikę kwantową) dla pewnej klasy szumów.

Praca [F] poświęcona jest zastosowaniom wielocząstkowych stanów splątanych w obliczeniach rozproszonych, w szczególności porównaniu mocy obliczeniowej pewnego klasycznego modelu takich obliczeń i jego różnych rozszerzeń kwantowych wykorzystujących stany splątane.

Wszystkie prace wchodzące w skład rozprawy spełniają wszelkie standardy publikacji naukowych, co zresztą jest oczywiste, jeśli weźmiemy pod uwagę czasopisma, w których zostały opublikowane. Mogę tylko dodać, że gdyby trafiły one do mnie jako recenzenta nie miałbym żadnych wątpliwości przy rekomendowaniu ich przyjęcia do druku. Miłym zaskoczeniem było dla mnie to, że ze względu na ich zwięzłość nie byłem narażony na kilkakrotne czytanie podobnych sformułowań, definicji i przeglądów dotychczasowej osiągnięć zawartych w kolejnych wstępach, co bywa częstym nudnym obowiązkiem w wypadku rozpraw składających się z oddzielnych publikacji.

Stanowiące, zgodnie z odpowiednimi przepisami, integralną część rozprawy streszczenie, zarówno w wersji polskiej jak i angielskiej napisane jest bardzo dobrze. Zawiera ono nie tylko omówienie wyników, ale też krótkie wprowadzenia do ogólnej problematyki splątania wielocząstkowego oraz poszczególnych, bardziej szczegółowych kwestii poruszanych w kolejnych pracach. Przynosi też wyczerpujący spis literatury, uzupełniający bibliografię poszczególnych prac składających się na rozprawę i świadczący o bardzo dobrej orientacji autora w obszarze, którego dotyczy rozprawa. Streszczenie czyta się bardzo dobrze; pewien zgrzyt stanowi używanie określenia "ilość" zamiast "liczba" w stosunku do rzeczowników policzalnych. Z "ilością" mam też dodatkowy problem w wypadku "ilości komunikacji" (str. 16, wiersz 10 do dołu). Nawet jeżeli jest to *terminus technicus* w informatyce, to unikałbym go jak ognia. I jeszcze drobna uwaga. W przypisie nr 2 (str. 11) napisano, że przestrzeń funkcjonalów liniowych jest izomorficzna z *algebrą* ograniczonych operatorów na przestrzeni Hilberta (wyróżnienia moje). To pewnie skrót myślowy, bo przestrzeń liniowa i algebra to jednak obiekty nieizomorficzne, przynajmniej dopóki nie zapomnimy o tym, że owa algebra jest algebrą i ograniczymy się tylko do jej struktury liniowej (a o to tu chodzi). To oczywiście drobiazg, nie mający jakiegokolwiek znaczenia dla całości rozprawy, ale być może autor

będzie chciał wykorzystać fragmenty streszczenia w przyszłych publikacjach, warto więc doprecyzować, o co chodzi.

Podsumowując stwierdzam, że rozprawa doktorska pana mgr. Marcina Markiewicza spełnia wszelkie wymagania, zarówno ustawowe, jak i zwyczajowe, stawiane tego typu pracom i wnoszę o dopuszczenie jej autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Warszawa, 16.05.2014

prof. dr hab. Marek Kuś